

専攻分野	工学
専攻区分	電気電子工学

氏名：宮田 翔吾

テーマ：静磁場解析のための二次要素を用いる有限要素法の研究

キーワード科目：電磁気学

加速器には、様々な電磁石が使われており、加速器に用いられる電磁石は高い磁場精度が要求される。それを実現するためには、精度の高いシミュレーションが必要であり、現在では、目的に応じて様々なコードが開発され、設計に使われている。本研究では、高精度の静磁場解析コードを作成することを目的として、二次元の静磁場解析コードを開発することにした。

開発したコードでは、有限要素法を用いて解析を行った。解析の精度を向上させるためには、一次要素よりも二次要素の方が有利である。本研究では、精度向上を目指し、二次要素による解析を進めることにした。

本研究で取り扱う電磁石の形状は、完全軸対称構造(二次元問題)で、電流は周方向にのみ流れるので、円柱座標系を使うことにする。軸対称形状で電流は、 $\hat{\theta}$ 方向にしか流れないので、ベクトルポテンシャル  $A$  の向きは  $\hat{\theta}$  方向となる。従って、ベクトルポテンシャルを使うと、 $r-z$  平面で  $A_\theta$  のみを計算すればよく、式が単純になる。そのため、ベクトルポテンシャル  $A$  を用いて、静磁場を求めた。

計算原理として、はじめに、静磁場のベクトルポテンシャル  $A$  を求める微分方程式

$$\frac{1}{\mu} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{j} \quad (1)$$

に対応する汎関数より、軸対称静磁場を解析するための汎関数

$$F[A_\theta] = \iint \left[ \frac{1}{2\mu} \left( \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2\mu} \left( \frac{\partial A_\theta}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{\mu} \frac{A_\theta}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial r} + \frac{1}{2\mu} \left( \frac{A_\theta}{r} \right)^2 - j_\theta A_\theta \right] 2\pi r dr dz \quad (2)$$

を導いた。さらに、この式(2)から、二次要素に対応した離散化式を導きだした。

導きだした離散化式を用いて、実際に、プログラミングをして計算コードを作成した。そのコードの妥当性を検証するため、二次元静磁場解析にしばしば用いられる POISSON と比較を行った。その結果を図1に示す。実線が POISSON で丸とひし形が本研究でのコードの計算結果である。磁場の概形が一致し、コードの妥当性が確認できた。これより、高精度の静磁場解析コードが作成できたと考えている。

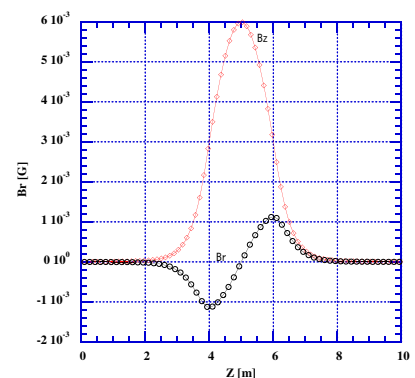


図 1: POISSON との磁場の比較結果